

Chapitre 3 – Corrigés

Équations et inéquations

Solutions des exercices 1 à 20

Exercice 1 – Équations simples

On applique la même opération aux deux membres. Dans l'ordre :

$$x = 12 - 5 = 7; \quad x = 3 + 7 = 10; \quad x = 18/3 = 6; \quad x = 20/(-4) = -5.$$

Exercice 2 – Équations du premier degré

$$3x = 12 \Rightarrow x = 4; \quad 5x = 20 \Rightarrow x = 4; \quad -2x = 8 \Rightarrow x = -4; \quad 4x = -6 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}.$$

Exercice 3 – Inconnue des deux côtés

$$3x = 12 \Rightarrow x = 4; \quad 4x = -12 \Rightarrow x = -3; \quad -2x = 8 \Rightarrow x = -4; \quad -5x = -20 \Rightarrow x = 4.$$

On regroupe les termes en x d'un côté et les constantes de l'autre.

Exercice 4 – Parenthèses

Après développement :

$$3x + 6 = 15 \Rightarrow x = 3; \quad 2x - 10 = x + 1 \Rightarrow x = 11;$$
$$8x + 4 = 3x + 17 \Rightarrow x = 13/5; \quad 5x - 15 = 2x + 12 \Rightarrow x = 9.$$

Exercice 5 – Vérifier une solution

a) $3 \times 5 + 4 = 19$: oui. b) $2 \times 4 - 7 = 1 \neq 3$: non. c) $5 \times 3 + 1 = 16$: oui. d) $7 - 2 \times 3 = 1$: oui.

Exercice 6 – Produit nul

Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.

$$S_1 = \{-2; 4\}, \quad S_2 = \{-5; 3/2\}, \quad S_3 = \{-1/5; 2\}.$$

Exercice 7 – Factoriser puis résoudre

$$x(x - 5) = 0 \Rightarrow S = \{0; 5\}; \quad 3x(x + 2) = 0 \Rightarrow S = \{-2; 0\};$$
$$4x(x - 3) = 0 \Rightarrow S = \{0; 3\}.$$

Exercice 8 – Équations quotient

Un quotient est nul lorsque son numérateur est nul et son dénominateur non nul. Valeurs interdites : -5 , 1 , $-3/2$ respectivement. Les solutions 3 , -2 , 2 sont autorisées :

$$S_1 = \{3\}, \quad S_2 = \{-2\}, \quad S_3 = \{2\}.$$

Exercice 9 – Inéquations simples

$$\begin{aligned} x < 5 : S &=] - \infty; 5[; & x \geq 8 : S &= [8; +\infty[; \\ x < 5 : S &=] - \infty; 5[; & x \leq -4 : S &=] - \infty; -4]. \end{aligned}$$

Exercice 10 – Division par un nombre négatif

Le sens de l'inégalité change lors de la division par un nombre négatif.

$$x > -4; \quad x \leq -3; \quad x \geq -2; \quad x < 1.$$

Soit respectivement $] - 4; +\infty[$, $] - \infty; -3]$, $[-2; +\infty[$, $] - \infty; 1[$.

Exercice 11 – Inconnue des deux côtés

$$3x < 9 \Rightarrow x < 3; \quad 4x \geq 16 \Rightarrow x \geq 4; \quad -8x < 8 \Rightarrow x > -1.$$

Intervalles : $] - \infty; 3[$, $[4; +\infty[$, $] - 1; +\infty[$.

Exercice 12 – Parenthèses et inéquations

$$\begin{aligned} 2x + 6 < 10 &\Rightarrow x < 2; & 3x - 6 \geq x + 4 &\Rightarrow x \geq 5; \\ 10x + 5 \leq 3x + 19 &\Rightarrow 7x \leq 14 &\Rightarrow x \leq 2. \end{aligned}$$

Exercice 13 – Budget cinéma

x est un entier positif ou nul. La contrainte est $8 + 4x \leq 32$, donc $x \leq 6$. Le nombre maximal est **6 films**. Vérification : $8 + 4 \times 6 = 32$ euros.

Exercice 14 – Rectangle

Le périmètre vaut $2(x + 4) + 2x = 28$. Donc $4x + 8 = 28$, puis $x = 5$. La largeur vaut 5 et la longueur 9 ; toutes deux sont positives.

Exercice 15 – Tableau de signes

Les zéros sont -2 et 3 .

x	$] - \infty; -2[$	-2	$] - 2; 3[$	3	$] 3; +\infty[$
$x + 2$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x - 3$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$(x - 3)(x + 2)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$$S = \boxed{] - \infty; -2] \cup [3; +\infty[}.$$

Exercice 16 – Approfondissement : contradiction

Le membre gauche vaut $6x - 15 - 4x - 4 = 2x - 19$, le droit $2x - 14 + 5 = 2x - 9$. L'équation donnerait $-19 = -9$, ce qui est impossible. Donc $S = \emptyset$.

Exercice 17 – Approfondissement : filtrer les solutions

$(2x - 3)(x + 4) = 0 \iff x = 3/2$ ou $x = -4$. Parmi ces solutions, seule $3/2$ appartient à $[-2; 5]$.

Exercice 18 – Approfondissement : produit négatif

x	$] -\infty; -5[$	-5	$] -5; 1[$	1	$] 1; +\infty[$
$x + 5$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x - 1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$(x - 1)(x + 5)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Le produit est strictement négatif entre les racines : $S =] -5; 1[$.

Exercice 19 – Approfondissement : produit positif

x	$] -\infty; -3/2[$	$-3/2$	$] -3/2; 4[$	4	$] 4; +\infty[$
$2x + 3$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x - 4$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$(x - 4)(2x + 3)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$S =] -\infty; -3/2] \cup [4; +\infty[$. Entre -5 et 6 , les entiers solutions sont $-5, -4, -3, -2, 4, 5, 6$.

Exercice 20 – Approfondissement : produit négatif ou nul

Les facteurs s'annulent en -2 et 5 .

x	$] -\infty; -2[$	-2	$] -2; 5[$	5	$] 5; +\infty[$
$x + 2$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x - 5$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
A	$+$	0	$-$	0	$+$

Ainsi $S = [-2; 5]$. 0 est solution ($A = -10$) ; -4 et 6 ne le sont pas ($A = 18$ et $A = 8$).