

Chapitre 5 – Corrigés

Fonctions affines

Solutions des exercices 1 à 20

Exercice 1 – Reconnaître une fonction affine

Une fonction affine s'écrit $ax + b$. f est affine : $a = 3, b = 2$; h est affine : $a = -5, b = 0$; k est affine : $a = 0, b = 7$. $g(x) = x^2 + 1$ et $m(x) = 1/x$ ne sont pas affines sur leurs domaines usuels.

Exercice 2 – Images

Pour $f(x) = 4x - 3$: $f(0) = -3, f(2) = 5, f(-1) = -7, f(5) = 17$. Par exemple $f(-1) = 4 \times (-1) - 3 = -7$.

Exercice 3 – Antécédents

$3x + 5 = y \iff x = (y - 5)/3$. Pour $y = 11, -1, 20$, les antécédents sont respectivement $\boxed{2, -2, 5}$.

Exercice 4 – Sens de variation

Le signe de a détermine les variations : f est strictement croissante ($a = 5$), g strictement décroissante ($a = -2$), h constante ($a = 0$), k strictement croissante ($a = 1/2$).

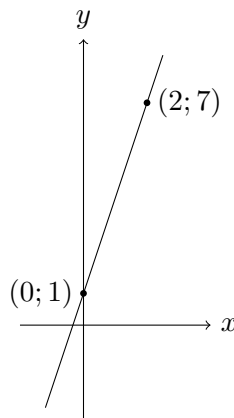
Exercice 5 – Tableau de valeurs

x	-2	-1	0	2	5
$2x - 1$	-5	-3	-1	3	9

On multiplie chaque abscisse par 2, puis on retranche 1.

Exercice 6 – Tracer une droite

$f(0) = 1$ et $f(2) = 7$: les points $(0; 1)$ et $(2; 7)$ suffisent. On trace la droite entière qui les joint.



Exercice 7 – Ordonnée à l'origine

On lit le terme constant $b = f(0)$. Pour f, g, h, k , les ordonnées à l'origine sont respectivement $3, -5, 0, 9$.

Exercice 8 – Coefficient directeur

$$a_{AB} = \frac{11-3}{5-1} = 2; \quad a_{CD} = \frac{-4-4}{2-(-2)} = -2.$$

On divise une variation d'ordonnée par la variation d'abscisse correspondante.

Exercice 9 – Déterminer une fonction affine

Le point $(0; 3)$ donne $b = 3$. Puis $a = (7-3)/(2-0) = 2$:

$$f(x) = 2x + 3.$$

Exercice 10 – Deux points quelconques

$a = (11-5)/(4-1) = 2$. Comme $f(1) = 5$, $2 + b = 5$, donc $b = 3$.

$$f(x) = 2x + 3.$$

Exercice 11 – Zéro d'une fonction affine

$$2x - 8 = 0 \iff x = 4; \quad -3x + 6 = 0 \iff x = 2; \quad 5x + 10 = 0 \iff x = -2.$$

Exercice 12 – Signe d'une fonction croissante

$3x - 6 = 3(x - 2)$: le facteur 3 est positif.

x	$]$	$-\infty; 2[$	2	$]2; +\infty[$
$f(x)$		-	0	+

Exercice 13 – Signe d'une fonction décroissante

$-2x + 8 = -2(x - 4)$: le facteur négatif inverse le signe de $x - 4$.

x	$]$	$-\infty; 4[$	4	$]4; +\infty[$
$g(x)$		+	0	-

Exercice 14 – Intersection

$2x + 1 = -x + 7 \iff 3x = 6 \iff x = 2$. L'ordonnée est $2 \times 2 + 1 = 5$. Le point d'intersection est $(2; 5)$.

Exercice 15 – Location

Prix fixe : 15 euros ; prix horaire : 8 euros. $P(4) = 15 + 32 = 47$ euros. $P(x) = 71 \iff 8x = 56 \iff x = 7$: il s'agit de 7 heures.

Exercice 16 – Approfondissement : deux images

$$a = \frac{-8 - 7}{3 - (-2)} = -3.$$

$7 = -3 \times (-2) + b$ donne $b = 1$. Ainsi $\boxed{f(x) = -3x + 1}$. On vérifie $f(3) = -8$.

Exercice 17 – Approfondissement : comparer deux fonctions

$3x - 4 = x + 6 \iff x = 5$, avec une ordonnée commune égale à 11. $3x - 4 > x + 6 \iff 2x > 10 \iff x > 5$. Les droites se coupent en (5; 11) ; celle de f est au-dessus de celle de g à droite de cette abscisse.

Exercice 18 – Approfondissement : déterminer puis étudier

$a = (1 - 5)/(6 - 2) = -1$ et $5 = -2 + b$, donc $f(x) = -x + 7$. Son zéro est 7. Elle est positive pour $x < 7$, nulle en 7, négative pour $x > 7$. Comme $a < 0$, elle est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice 19 – Approfondissement : deux tarifs

$A(2) = 44$ euros et $B(2) = 64$ euros. $A(x) = B(x) \iff 4x = 28 \iff x = 7$, pour un tarif de 104 euros. $A(x) < B(x) \iff x < 7$. Pour une quantité $x \geq 0$, A est moins chère avant 7, les prix sont égaux à 7, puis B devient moins chère.

Exercice 20 – Approfondissement : étude d'une droite

$a = (-9 - 7)/(5 + 3) = -2$. Avec A : $7 = 6 + b$, donc $b = 1$. Équation : $\boxed{y = -2x + 1}$. Intersection avec les abscisses : (1/2; 0) ; avec les ordonnées : (0; 1). La fonction est positive si $x < 1/2$, nulle en 1/2, négative si $x > 1/2$.