

Chapitre 11 – Corrigés

Systèmes d'équations

Solutions des exercices 1 à 20

Exercice 1 – Vérifier une solution

Pour $(3; 2)$: $3 + 2 = 5$ et $2 \times 3 - 2 = 4$. Les deux égalités sont vraies : le couple est solution.

Exercice 2 – Vérifications

$(3; 1)$: $2 \times 3 + 1 = 7$ et $3 - 1 = 2$: oui. $(2; 3)$: la première équation est vraie, mais $2 - 3 = -1 \neq 2$: non. $(4; -1)$: la première est vraie, mais $4 - (-1) = 5 \neq 2$: non. Il faut vérifier **les deux** équations.

Exercice 3 – Substitution simple

De $x + y = 9$, on tire $y = 9 - x$. Alors $2x - (9 - x) = 3$, soit $3x = 12$, donc $x = 4$ et $y = 5$.

$$S = \{(4; 5)\}.$$

Exercice 4 – Substitution

$3x + (2x + 1) = 11 \Rightarrow 5x = 10 \Rightarrow x = 2$. Puis $y = 2 \times 2 + 1 = 5$.

$$S = \{(2; 5)\}.$$

Exercice 5 – Substitution avec expression

$(2y + 3) + y = 12 \Rightarrow 3y = 9 \Rightarrow y = 3$. Puis $x = 2 \times 3 + 3 = 9$. Donc $S = \{(9; 3)\}$.

Exercice 6 – Combinaison linéaire

En additionnant les deux équations : $5x = 15$, d'où $x = 3$. Puis $y = 9 - 2 \times 3 = 3$. Donc $S = \{(3; 3)\}$.

Exercice 7 – Combinaison

La somme donne $4x = 12$, donc $x = 3$. Puis $3 + 2y = 8$, donc $y = 5/2$. Ainsi $S = \{(3; 5/2)\}$.

Exercice 8 – Multiplier une équation

On soustrait deux fois $x + y = 5$ à $2x + 3y = 12$: $y = 2$. Puis $x = 5 - 2 = 3$.

$$S = \{(3; 2)\}.$$

Exercice 9 – Coefficients différents

On multiplie la première équation par 3 et la seconde par 2 :

$$9x + 6y = 39, \quad 4x - 6y = -8.$$

La somme donne $13x = 31$, donc $x = 31/13$. Puis $y = (13 - 3x)/2 = 38/13$.

$$S = \{(31/13; 38/13)\}.$$

Exercice 10 – Équations de droites

$2x + 3 = -x + 9 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$, puis $y = 7$. Le système a pour solution $(2; 7)$, également point d'intersection des droites.

Exercice 11 – Sans solution

Les deux équations imposeraient $3x + 2 = 3x - 5$, donc $2 = -5$, impossible. $S = \emptyset$. Les droites ont le même coefficient directeur et des ordonnées à l'origine différentes : elles sont strictement parallèles.

Exercice 12 – Infinité de solutions

La deuxième équation est le double de la première. Elles décrivent la même droite.

$$S = \{(t; 5 - 2t) \mid t \in \mathbb{R}\}.$$

Il y a une infinité de solutions, et non un seul couple.

Exercice 13 – Billets

$$\begin{cases} x + y = 40, \\ 12x + 8y = 416. \end{cases}$$

On soustrait $8(x + y) = 320 : 4x = 96$, donc $x = 24$, puis $y = 16$. Il y a **24 billets adultes et 16 enfants**. Vérification : $288 + 128 = 416$ euros.

Exercice 14 – Animaux

$$\begin{cases} x + y = 25, \\ 2x + 4y = 70. \end{cases}$$

En soustrayant deux fois la première équation : $2y = 20$, donc $y = 10$ et $x = 15$. Il y a **15 poules et 10 lapins** : $30 + 40 = 70$ pattes.

Exercice 15 – Deux nombres

$x + y = 23$ et $x - y = 5$. La somme donne $2x = 28$, donc $x = 14$; puis $y = 9$. Les deux nombres sont 14 et 9.

Exercice 16 – Approfondissement : combinaison complète

On double la première équation : $6x - 4y = 14$. On l'additionne à $5x + 4y = 1$: $11x = 15$, donc $x = 15/11$. Puis $45/11 - 2y = 77/11$, donc $y = -16/11$.

$$S = \{(15/11; -16/11)\}.$$

Vérification : $(45 + 32)/11 = 7$ et $(75 - 64)/11 = 1$.

Exercice 17 – Approfondissement : fractions

On multiplie la première équation par 6 : $3x + 2y = 24$. La seconde donne $x = y + 1$. Ainsi $3y + 3 + 2y = 24$, donc $y = 21/5$ et $x = 26/5$.

$$S = \{(26/5; 21/5)\}.$$

Vérification : $13/5 + 7/5 = 4$ et $26/5 - 21/5 = 1$.

Exercice 18 – Approfondissement : vente

$x + y = 35$ et $20x + 16y = 620$. En soustrayant $16(x + y) = 560$, on obtient $4x = 60$, donc $x = 15$, $y = 20$. On a vendu **15 produits A et 20 produits B** : $300 + 320 = 620$ euros.

Exercice 19 – Approfondissement : intersection et vérification

De $5x + y = 11$, on tire $y = 11 - 5x$. $2x - 3(11 - 5x) = 7 \Rightarrow 17x = 40$, donc $x = 40/17$ et $y = -13/17$.
Intersection : $(40/17; -13/17)$. Vérification : $80/17 + 39/17 = 7$; $200/17 - 13/17 = 11$.

Exercice 20 – Approfondissement : résultats sportifs

$$\begin{cases} x + y = 18, \\ 3x + y = 42. \end{cases}$$

Par soustraction, $2x = 24$, donc $x = 12$ et $y = 6$. L'équipe a **12 victoires et 6 matchs nuls**.
Vérifications : $12 + 6 = 18$ matchs et $3 \times 12 + 6 = 42$ points.