Chapitre 12 – Corrigés

Statistiques

Solutions des exercices 1 à 20

Exercice 1 – Effectifs

Il y a $\boxed{10}$ valeurs. L'effectif de 4 est $\boxed{3}$, celui de 6 est $\boxed{2}$: on compte les occurrences de chaque valeur.

Exercice 2 – Fréquences

La fréquence est l'effectif de la valeur divisé par l'effectif total.

$$f(4) = 3/10 = 0{,}3 = 30\%, \qquad f(6) = 2/10 = 0{,}2 = 20\%.$$

Exercice 3 – Tableau d'effectifs

$N = 2 + 3 + 5 + 4 + 1 = 15$.

x_i	8	10	12	14	16
n_i	2	3	5	4	1
f_i	2/15	1/5	1/3	4/15	1/15

Les fréquences ont pour somme 1.

Exercice 4 – Moyenne simple

$$\bar{x} = \frac{8 + 10 + 12 + 15 + 15}{5} = \frac{60}{5} = \boxed{12}.$$

Exercice 5 – Moyenne pondérée

$N = 2 + 3 + 4 + 1 = 10$.

$$\bar{x} = \frac{5 \times 2 + 8 \times 3 + 10 \times 4 + 14 \times 1}{10} = \frac{88}{10} = \boxed{8{,}8}.$$

Exercice 6 – Médiane : effectif impair

Il y a 7 valeurs ordonnées ; la médiane est la 4^e valeur, soit $\boxed{7}$. Trois valeurs se trouvent de part et d'autre de cette position centrale.

Exercice 7 – Médiane : effectif pair

Les deux valeurs centrales (rangs 3 et 4) sont 7 et 8. Avec la convention de la moyenne des deux valeurs centrales,

$$\text{Me} = (7 + 8)/2 = \boxed{7{,}5}.$$

Exercice 8 – Quartiles

On adopte la convention : Q_1 est la valeur de rang $\lceil N/4 \rceil$ et Q_3 celle de rang $\lceil 3N/4 \rceil$ dans la série ordonnée. Ici $N = 12$, donc rangs 3 et 9 : $Q_1 = 3$, $Q_3 = 9$. La médiane est $(6 + 7)/2 = 6{,}5$.

Exercice 9 – Étendue

Étendue = maximum − minimum. Pour A : $13 - 4 = \boxed{9}$; pour B : $15 - 12 = \boxed{3}$.

Exercice 10 – Écart interquartile

$Q_3 - Q_1 = 17 - 8 = \boxed{9}$. Il mesure la largeur de l'intervalle délimité par les quartiles.

Exercice 11 – Série complète

La somme des 12 valeurs est 94, donc $\bar{x} = 94/12 = 47/6 \approx 7{,}83$. La médiane est la moyenne des rangs 6 et 7 : $\text{Me} = 7$. Q_1 est au rang 3 : 5 ; Q_3 au rang 9 : 9. Étendue : $14 - 4 = 10$.

Exercice 12 – Lire un tableau

$N = 1 + 4 + 6 + 5 + 4 = 20$. Fréquence de 10 : $6/20 = 0{,}3 = 30\%$.

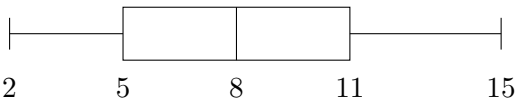
$$\bar{x} = \frac{6 + 32 + 60 + 60 + 56}{20} = \frac{214}{20} = \boxed{10{,}7}.$$

Exercice 13 – Comparer deux séries

Les deux sommes valent 60 et les deux effectifs 6 : les moyennes valent 10. Étendue de A : $12 - 8 = 4$; de B : $17 - 3 = 14$. B est plus dispersée selon l'étendue, malgré une moyenne identique.

Exercice 14 – Diagramme en boîte

Étendue : $15-2 = 13$; écart interquartile : $11-5 = 6$. On dit usuellement que la boîte contient environ les **50% centraux** des données. Avec la définition par rangs, l'intervalle fermé $[Q_1; Q_3]$ contient **au moins 50%** des observations ; des répétitions peuvent augmenter cette proportion. On ne peut pas déduire une proportion exacte du seul résumé.



Exercice 15 – Notes d'une classe

$N = 20$. Somme pondérée : $5 \times 2 + 8 \times 4 + 10 \times 6 + 12 \times 5 + 15 \times 2 + 18 = 210$. Moyenne : 10,5. Les rangs 10 et 11 portent la note 10 : médiane 10. Le rang 5 porte 8, le rang 15 porte 12 : $Q_1 = 8$, $Q_3 = 12$.

Exercice 16 – Approfondissement : ajouter une valeur

Somme initiale : $20 \times 12 = 240$. Nouvelle somme : 258 ; nouvel effectif : 21.

$$\bar{x}_{\text{nouvelle}} = \frac{258}{21} = \frac{86}{7} \approx \boxed{12{,}29}.$$

Exercice 17 – Approfondissement : corriger une saisie

La somme enregistrée était $30 \times 14 = 420$. On retire 20 et on ajoute 12 : somme corrigée 412.

$$\bar{x}_{\text{corrigée}} = 412/30 = 206/15 \approx \boxed{13{,}73}.$$

Exercice 18 – Approfondissement : homogénéité

Les moyennes sont égales à 11,5. La classe A est plus homogène, car son écart-type 1,8 est inférieur à 4,2 : ses notes sont globalement moins dispersées autour de la moyenne.

Exercice 19 – Approfondissement : bilan d'une série

Somme 56, effectif 8, donc moyenne 7. Médiane : $(6 + 8)/2 = 7$. Q_1 au rang 2 vaut 4 ; Q_3 au rang 6 vaut 10. Étendue : $12 - 2 = 10$; écart interquartile : $10 - 4 = 6$.

Exercice 20 – Approfondissement : comparaison précise

Chaque série a 8 valeurs et une somme de 80 : moyenne 10 dans les deux cas. Les rangs 4 et 5 donnent aussi une médiane de 10 dans les deux cas. Pour A : étendue $12 - 8 = 4$, $Q_1 = 8$ (rang 2), $Q_3 = 11$ (rang 6), écart interquartile 3. Pour B : étendue $16 - 4 = 12$, $Q_1 = 6$, $Q_3 = 12$, écart interquartile 6. Les centres sont identiques, mais B est plus dispersée selon les deux indicateurs étudiés.