

## Chapitre 13 – Corrigés

### Probabilités

#### Solutions des exercices 1 à 20

#### Exercice 1 – Univers

$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$  : il y a 6 issues. Pour un dé équilibré, chacune a pour probabilité  $1/6$ .

#### Exercice 2 – Événements

$$A = \{2; 4; 6\}, \quad B = \{1; 2; 3\}, \quad C = \{3; 6\}.$$

Un événement est un ensemble d'issues de l'expérience.

#### Exercice 3 – Probabilités simples

Sous équiprobabilité, on divise le nombre d'issues favorables par le nombre d'issues possibles :

$$P(A) = 3/6 = \boxed{1/2}, \quad P(B) = 2/6 = \boxed{1/3}.$$

#### Exercice 4 – Pièce équilibrée

$\Omega = \{\text{Pile}; \text{Face}\}$ . Les deux issues ont chacune une probabilité de  $\boxed{1/2}$ .

#### Exercice 5 – Événement contraire

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,28 = \boxed{0,72}. \quad P(\overline{B}) = 1 - 3/5 = \boxed{2/5}.$$

#### Exercice 6 – Intersection

$A \cap B = \{4; 6\}$ , car ces deux résultats appartiennent aux deux ensembles. Pour un dé équilibré,  $P(A \cap B) = 2/6 = \boxed{1/3}$ .

#### Exercice 7 – Réunion

$A \cup B = \{2; 3; 4; 5; 6\}$ . Chaque issue est comptée une seule fois. Pour un dé équilibré,  $P(A \cup B) = \boxed{5/6}$ .

#### Exercice 8 – Formule de la réunion

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,6 + 0,5 - 0,3 = \boxed{0,8}.$$

On retranche l'intersection car elle est comptée deux fois dans la somme.

#### Exercice 9 – Événements incompatibles

$A = \{1; 2\}$  et  $B = \{5; 6\}$  n'ont aucune issue commune, donc  $A \cap B = \emptyset$ . Pour un dé équilibré,  $P(A \cup B) = 2/6 + 2/6 = \boxed{2/3}$ .

**Exercice 10 – Cartes numérotées**

Les 10 cartes sont équiprobables. Pairs :  $\{2; 4; 6; 8; 10\}$ , donc  $5/10 = 1/2$ . Strictement supérieurs à 7 :  $\{8; 9; 10\}$ , donc  $3/10$ . Multiples de 3 :  $\{3; 6; 9\}$ , donc  $3/10$ .

**Exercice 11 – Tableau à double entrée**

On choisit uniformément parmi les 100 élèves.

$$P(F) = 50/100 = \boxed{1/2}; \quad P(S) = 70/100 = \boxed{7/10};$$

$$P(F \cap S) = 30/100 = \boxed{3/10}.$$

**Exercice 12 – Réunion avec un tableau**

$$P(F \cup S) = \frac{50 + 70 - 30}{100} = \boxed{9/10}.$$

On peut vérifier par le contraire : seuls les 10 garçons sans sport ne sont ni filles ni sportifs.

**Exercice 13 – Deux lancers de pièce**

Pour des lancers indépendants, les quatre issues équiprobables sont PP, PF, FP, FF. Deux Pile :  $1/4$  ; exactement un Pile :  $2/4 = 1/2$  ; au moins un Pile :  $3/4$ . L'ordre des lancers permet de distinguer PF et FP.

**Exercice 14 – Deux dés**

Avec deux dés équilibrés indépendants, il y a  $6 \times 6 = 36$  couples ordonnés équiprobables. La somme 7 est obtenue avec  $(1; 6), (2; 5), (3; 4), (4; 3), (5; 2), (6; 1)$ , soit 6 couples.

$$P(\text{somme } 7) = 6/36 = \boxed{1/6}.$$

Les sommes elles-mêmes ne sont pas équiprobables.

**Exercice 15 – Fréquence expérimentale**

$f = 108/200 = 0,54 = 54\%$ . La probabilité théorique pour une pièce équilibrée est 0,5 : l'écart est 0,04, soit 4 points de pourcentage. Une fluctuation de cet ordre n'est pas, à elle seule, surprenante et ne prouve pas un déséquilibre de la pièce. Une fréquence observée n'est pas tenue d'être exactement égale à la probabilité.

**Exercice 16 – Approfondissement : événements d'un dé**

$A = \{2; 4; 6\}$ ,  $B = \{4; 5; 6\}$ ,  $A \cap B = \{4; 6\}$  et  $A \cup B = \{2; 4; 5; 6\}$ .

$$P(A) = P(B) = 1/2, \quad P(A \cap B) = 1/3, \quad P(A \cup B) = 2/3.$$

Vérification :  $1/2 + 1/2 - 1/3 = 2/3$ .

**Exercice 17 – Approfondissement : sports**

Football :  $70/120 = 7/12$  ; basket :  $50/120 = 5/12$  ; les deux :  $25/120 = 5/24$ . Au moins un sport :  $(70 + 50 - 25)/120 = 95/120 = 19/24$ . Aucun des deux :  $(120 - 95)/120 = 25/120 = 5/24$ .

**Exercice 18 – Approfondissement : multiples**

Parmi les 30 entiers, il y a 15 multiples de 2, 10 de 3, et 5 multiples communs (multiples de 6).

$$P(A) = 1/2, \quad P(B) = 1/3, \quad P(A \cap B) = 1/6;$$

$$P(A \cup B) = \frac{15 + 10 - 5}{30} = \boxed{2/3}.$$

**Exercice 19 – Approfondissement : au moins un six**

Pour deux lancers indépendants, ne jamais obtenir 6 a pour probabilité  $(5/6)^2 = 25/36$ . L'événement demandé est son contraire :

$$P(A) = 1 - 25/36 = \boxed{11/36}.$$

**Exercice 20 – Approfondissement : tirages avec remise**

On suppose chaque boule équiprobable et les deux tirages indépendants après remise. Il y a 9 boules ; les probabilités des couleurs restent  $4/9, 3/9, 2/9$  à chaque tirage. Deux rouges :  $(4/9)^2 = 16/81$  ; deux bleues :  $(3/9)^2 = 1/9$ . Même couleur :  $(16 + 9 + 4)/81 = \boxed{29/81}$ . Au moins une rouge :  $1 - (5/9)^2 = \boxed{56/81}$ .