

Chapitre 14 – Corrigés

Échantillonnage

Solutions des exercices 1 à 20

Exercice 1 – Population et échantillon

La population est l'ensemble des 25 000 habitants de la ville. L'échantillon est le groupe des habitants interrogés. Sa taille est $n = 500$.

Exercice 2 – Proportion

$p = 540/900 = 0,6$, soit 60% des élèves du lycée.

Exercice 3 – Fréquence

$f = 86/200 = 0,43$, soit 43% dans l'échantillon.

Exercice 4 – Proportion ou fréquence

1. Proportion, puisque tous les élèves du lycée sont considérés.
2. Fréquence dans le groupe interrogé.
3. Proportion dans la population entière du village : $3100/5000 = 0,62$.

Exercice 5 – Comparer p et f

$|f - p| = |0,43 - 0,40| = 0,03$, soit 3 points de pourcentage. La fréquence n'est pas exactement la proportion ; ce décalage est possible par fluctuation d'échantillonnage.

Exercice 6 – Plusieurs échantillons

Les fréquences ne sont pas identiques ; elles fluctuent ici autour de 0,5. Leur moyenne est $(0,46 + 0,52 + 0,49 + 0,55)/4 = 0,505$. Un échantillon isolé ne fournit pas nécessairement la proportion exacte.

Exercice 7 – Influence de la taille

Les valeurs pour $n = 1000$ sont moins dispersées que celles pour $n = 20$. On conjecture qu'à protocole aléatoire identique, la dispersion des fréquences diminue lorsque la taille augmente. Ce n'est pas une garantie pour chaque réalisation particulière.

Exercice 8 – Intervalle simple

$1/\sqrt{100} = 0,1$. En appliquant la formule proposée dans le sujet, on obtient $I = [0,4; 0,6]$. *Repère : cette formule d'intervalle est un approfondissement du support fourni, et n'est pas une formule exigible du programme de Seconde 2026. Les calculs qui suivent répondent à ce modèle, sous réserve de ses conditions d'utilisation ; ils ne prouvent pas une affirmation statistique.*

Exercice 9 – Intervalle pour p=0,6

La demi-largeur vaut 0,1. Donc $I = [0,6 - 0,1; 0,6 + 0,1] = [0,5; 0,7]$ selon la formule du sujet.

Exercice 10 – Taille 400

$\sqrt{400} = 20$, donc $1/\sqrt{400} = 0,05$. L'intervalle proposé est $[0,35; 0,45]$.

Exercice 11 – Compatibilité

0,53 et 0,41 appartiennent à $[0,4; 0,6]$; 0,62 et 0,35 n'y appartiennent pas. L'appartenance décrit la compatibilité avec le critère choisi, pas la vérité d'une hypothèse.

Exercice 12 – Contrôle qualité

$f = 92/100 = 0,92$ et $1/\sqrt{100} = 0,1$. La formule brute donne $[0,85; 1,05]$. Une fréquence ne pouvant excéder 1, sa partie pertinente est $[0,85; 1]$. La fréquence 0,92 y appartient. La borne 1,05 rappelle qu'il faut interpréter ce modèle avec prudence, notamment près de $p = 1$.

Exercice 13 – Sondage

La demi-largeur est $1/20 = 0,05$. L'intervalle est $[0,43; 0,53]$. 0,51 y appartient, donc est compatible au sens du critère proposé. Cela ne permet pas d'affirmer une issue électorale certaine.

Exercice 14 – Biais

Les inscrits à l'association sportive risquent de pratiquer davantage que l'ensemble des élèves. L'échantillon surreprésente donc les sportifs. Un tirage aléatoire dans la liste de tous les élèves, avec un suivi des non-réponses, serait plus pertinent.

Exercice 15 – Simulation

$f = 67/200 = 0,335$. L'écart à $p = 0,3$ est 0,035, soit 3,5 points. Le nombre de succès varie d'une répétition aléatoire à l'autre ; fréquence et probabilité ne sont pas nécessairement égales.

Exercice 16 – Approfondissement : satisfaction

$f = 69/100 = 0,69$; l'intervalle proposé est $[0,7; 0,9]$. 0,69 n'y appartient pas : le résultat est peu compatible avec l'affirmation selon ce critère. On ne peut pas en déduire avec certitude que l'entreprise ment : protocole, aléa et conditions du modèle comptent aussi.

Exercice 17 – Approfondissement : deux tailles

Pour $n = 100$, $I = [0,15; 0,35]$, de largeur 0,20. Pour $n = 400$, $I = [0,20; 0,30]$, de largeur 0,10. Multiplier la taille par 4 divise la largeur $2/\sqrt{n}$ par 2.

Exercice 18 – Approfondissement : précision

Pour A : $I_A = [0,45; 0,65]$. Pour B : $1/\sqrt{1600} = 0,025$, donc $I_B = [0,525; 0,575]$. B possède un intervalle quatre fois moins large : il donne une précision théorique supérieure à protocole comparable. Une grande taille ne corrige pas un biais de recrutement.

Exercice 19 – Approfondissement : utilisateurs

$f = 250/400 = 0,625$. L'intervalle associé à $p = 0,70$ est $[0,65; 0,75]$. $0,625$ n'y appartient pas. Selon la règle de décision du sujet, on remet en question la compatibilité de l'affirmation avec l'échantillon, sans en faire une preuve absolue de fausseté.

Exercice 20 – Approfondissement : plusieurs estimations

Moyenne : $(0,46 + 0,49 + 0,48 + 0,51 + 0,47)/5 = 0,482$. Comme les tailles sont égales, c'est aussi la fréquence globale si l'on regroupe les observations : $964/2000$. Elle peut estimer la proportion si les échantillons sont correctement recrutés. L'étendue vaut $0,51 - 0,46 = 0,05$. Des échantillons indépendants apportent davantage d'information et permettent d'observer la fluctuation ; des échantillons biaisés ou fortement dépendants ne garantissent pas une bonne estimation.