

Chapitre 2 – Calcul littéral

Cours – Niveau Seconde

1 Expressions littérales

Une expression littérale est une expression mathématique contenant une ou plusieurs lettres représentant des nombres.

Par exemple :

$$A = 3x + 5$$

ou encore :

$$B = 2x^2 - 4x + 7.$$

La lettre x est appelée une variable.

2 Réduire une expression

Réduire une expression consiste à regrouper les termes de même nature.

Par exemple :

$$3x + 5x = 8x.$$

De même :

$$4x^2 - 2x^2 = 2x^2.$$

Exemple

Réduire :

$$A = 3x + 5 - 2x + 7.$$

On regroupe les termes en x et les nombres :

$$A = 3x - 2x + 5 + 7.$$

Donc :

$$\boxed{A = x + 12}.$$

3 Supprimer des parenthèses

Lorsque des parenthèses sont précédées du signe $+$, on peut les supprimer sans changer les signes.

Par exemple :

$$3x + (2x - 5) = 3x + 2x - 5.$$

Lorsque des parenthèses sont précédées du signe $-$, tous les signes à l'intérieur changent.

Par exemple :

$$3x - (2x - 5) = 3x - 2x + 5.$$

Ainsi :

$$\boxed{-(a + b) = -a - b}$$

et :

$$\boxed{-(a - b) = -a + b}.$$

4 Développer

Développer consiste à transformer un produit en une somme.

On utilise la distributivité :

$$\boxed{k(a + b) = ka + kb}.$$

De même :

$$\boxed{k(a - b) = ka - kb}.$$

Exemple

Développer :

$$A = 3(x + 5).$$

On obtient :

$$A = 3x + 15.$$

Donc :

$$\boxed{3(x + 5) = 3x + 15}.$$

Double distributivité

Pour développer :

$$(a + b)(c + d),$$

on multiplie chaque terme de la première parenthèse par chaque terme de la seconde.

Ainsi :

$$\boxed{(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd}.$$

Exemple

Développer :

$$(x + 3)(x + 5).$$

On obtient :

$$x \times x + x \times 5 + 3 \times x + 3 \times 5.$$

Donc :

$$x^2 + 5x + 3x + 15.$$

Finalement :

$$\boxed{(x + 3)(x + 5) = x^2 + 8x + 15}.$$

5 Identités remarquables

Trois identités remarquables sont à connaître.

Carré d'une somme

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Par exemple :

$$(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16.$$

Carré d'une différence

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Par exemple :

$$(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9.$$

Produit d'une somme par une différence

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2.$$

Par exemple :

$$(x - 5)(x + 5) = x^2 - 25.$$

6 Factoriser

Factoriser consiste à transformer une somme en un produit.
La factorisation est l'opération inverse du développement.

Facteur commun

Par exemple :

$$3x + 12.$$

Les deux termes ont le facteur 3 en commun :

$$3x + 12 = 3(x + 4).$$

Ainsi :

$$3x + 12 = 3(x + 4).$$

Autre exemple :

$$5x^2 - 10x = 5x(x - 2).$$

7 Factorisation avec les identités remarquables

Les identités remarquables peuvent aussi être utilisées dans le sens de la factorisation.
Par exemple :

$$x^2 + 6x + 9.$$

On reconnaît :

$$x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2.$$

Donc :

$$\boxed{x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2}.$$

Autre exemple :

$$x^2 - 16 = x^2 - 4^2.$$

Donc :

$$\boxed{x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)}.$$

8 Calculer la valeur d'une expression

Pour calculer la valeur d'une expression, on remplace la variable par le nombre donné.

Exemple

On considère :

$$A = 3x^2 - 2x + 5.$$

Pour $x = 2$:

$$A = 3 \times 2^2 - 2 \times 2 + 5.$$

Donc :

$$A = 12 - 4 + 5 = 13.$$

Ainsi :

$$\boxed{A = 13}.$$

9 Choisir une forme adaptée

Une même expression peut avoir plusieurs formes.

Par exemple :

$$A = (x + 3)^2 - 9.$$

En développant :

$$A = x^2 + 6x + 9 - 9.$$

Donc :

$$A = x^2 + 6x.$$

En factorisant :

$$A = x(x + 6).$$

Ainsi :

$$(x + 3)^2 - 9 = x^2 + 6x = x(x + 6).$$

Chaque forme peut avoir un intérêt différent :

- une forme développée permet souvent de comparer des expressions ;
- une forme factorisée permet de faire apparaître un produit ;
- une forme avec un carré peut faciliter certains raisonnements.

10 Méthodes à connaître

À la fin du chapitre, il faut savoir :

1. réduire une expression littérale ;
2. supprimer correctement des parenthèses ;
3. développer avec la distributivité ;
4. développer avec la double distributivité ;
5. utiliser les trois identités remarquables ;
6. factoriser avec un facteur commun ;
7. factoriser avec une identité remarquable ;
8. calculer la valeur d'une expression ;
9. reconnaître des expressions égales ;
10. choisir une forme adaptée à un problème.

À retenir

$$k(a + b) = ka + kb$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Développer transforme un produit en somme.

Factoriser transforme une somme en produit.