

Chapitre 7 – Exercices

Fonction inverse

Exercice 1 – Ensemble de définition

Donner l'ensemble de définition de la fonction :

$$f(x) = \frac{1}{x}.$$

Expliquer pourquoi une valeur doit être exclue.

Exercice 2 – Calculer des images

Calculer :

$$f(1), \quad f(2), \quad f(-4), \quad f\left(\frac{1}{5}\right), \quad f\left(-\frac{2}{3}\right).$$

Exercice 3 – Tableau de valeurs

Compléter :

x	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
$\frac{1}{x}$								

Exercice 4 – Antécédents

Déterminer l'antécédent de :

$$2, \quad -4, \quad \frac{1}{3}, \quad -\frac{2}{5}.$$

Le nombre 0 possède-t-il un antécédent ?

Exercice 5 – Symétrie

Calculer :

$$f(3)$$

et :

$$f(-3).$$

Faire de même avec :

$$5$$

et :

$$-5.$$

Quelle relation observe-t-on entre $f(x)$ et $f(-x)$?

Exercice 6 – Appartenance à la courbe

Dire si les points suivants appartiennent à la courbe de :

$$f(x) = \frac{1}{x}.$$

$$A(2; \frac{1}{2}),$$

$$B(-4; -\frac{1}{4}),$$

$$C(5; 5),$$

$$D(\frac{1}{3}; 3).$$

Exercice 7 – Signe

Donner le signe de :

$$\frac{1}{-5}, \quad \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{-0,4}, \quad \frac{1}{10}.$$

En déduire une règle générale.

Exercice 8 – Comparer des inverses positifs

Comparer sans calculatrice :

$$\frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \frac{1}{5},$$

$$\frac{1}{7} \quad \text{et} \quad \frac{1}{9},$$

$$\frac{1}{3,2} \quad \text{et} \quad \frac{1}{3,5}.$$

Exercice 9 – Comparer des inverses négatifs

Comparer :

$$\frac{1}{-2} \quad \text{et} \quad \frac{1}{-5},$$

puis :

$$\frac{1}{-7} \quad \text{et} \quad \frac{1}{-3}.$$

Justifier avec les variations de la fonction inverse.

Exercice 10 – Résoudre des équations

Résoudre :

$$\frac{1}{x} = 5$$

$$\frac{1}{x} = -2$$

$$\frac{1}{x} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{x} = -\frac{2}{7}.$$

Exercice 11 – Équations avec deux inverses

Résoudre :

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{-3}$$

$$\frac{2}{x} = 6.$$

Exercice 12 – Variations

On sait que :

$$2 < 5.$$

Comparer :

$$\frac{1}{2}$$

et :

$$\frac{1}{5}.$$

Puis, sachant que :

$$-8 < -3 < 0,$$

comparer :

$$\frac{1}{-8}$$

et :

$$\frac{1}{-3}.$$

Exercice 13 – Encadrement

On sait que :

$$2 < x < 4.$$

Encadrer :

$$\frac{1}{x}.$$

Même question si :

$$-6 < x < -2.$$

Exercice 14 – Expressions avec dénominateur

Déterminer les valeurs interdites dans :

$$A(x) = \frac{3}{x-2},$$

$$B(x) = \frac{x+1}{x+5},$$

$$C(x) = \frac{2x-3}{4x+8}.$$

Exercice 15 – Problème de vitesse

Un véhicule parcourt une distance fixe de 120 km.

Le temps de trajet, en heures, est donné par :

$$t(v) = \frac{120}{v},$$

où v est la vitesse moyenne en km/h.

1. Calculer le temps pour $v = 60$.
2. Calculer le temps pour $v = 80$.
3. Calculer le temps pour $v = 120$.
4. Que devient le temps lorsque la vitesse augmente ?

Exercices d'approfondissement

Exercice 16 – Approfondissement

Résoudre :

$$\frac{1}{x-2} = 3.$$

Puis résoudre :

$$\frac{1}{x+4} = -2.$$

Penser aux valeurs interdites.

Exercice 17 – Approfondissement

Résoudre :

$$\frac{2}{x} = x.$$

Préciser d'abord l'ensemble de définition.

Exercice 18 – Approfondissement

Résoudre :

$$\frac{1}{x} > 2.$$

On pourra écrire :

$$\frac{1}{x} - 2 > 0$$

puis mettre au même dénominateur.

Exercice 19 – Approfondissement

Résoudre :

$$\frac{x-3}{x+2} \geq 0.$$

1. Donner la valeur interdite.
2. Donner la valeur qui annule le numérateur.
3. Construire un tableau de signes.
4. Donner l'ensemble solution.

Exercice 20 – Approfondissement

On considère :

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

et :

$$g(x) = x - 2.$$

1. Résoudre :

$$\frac{1}{x} = x - 2.$$

2. Montrer que cela revient à résoudre :

$$x^2 - 2x - 1 = 0.$$

3. Donner les solutions exactes.
4. Déterminer les coordonnées des points d'intersection des deux courbes.