

Chapitre 9 – Coordonnées et repérage dans le plan

Cours – Niveau Seconde

1 Repère du plan

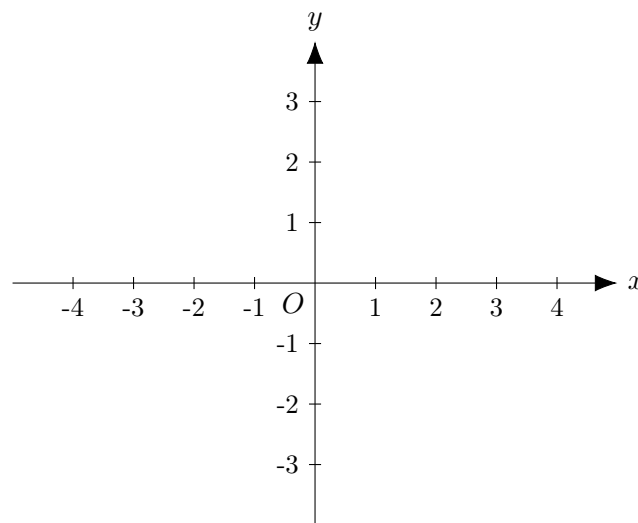
Pour repérer un point dans le plan, on utilise un repère formé de deux axes :

- l'axe des abscisses, horizontal ;
- l'axe des ordonnées, vertical.

Le point d'intersection des deux axes est appelé l'origine du repère et est noté :

O .

Schéma



2 Coordonnées d'un point

Dans un repère, un point A est repéré par deux nombres :

$$\boxed{A(x_A; y_A)}.$$

Le premier nombre x_A est l'abscisse.

Le second nombre y_A est l'ordonnée.

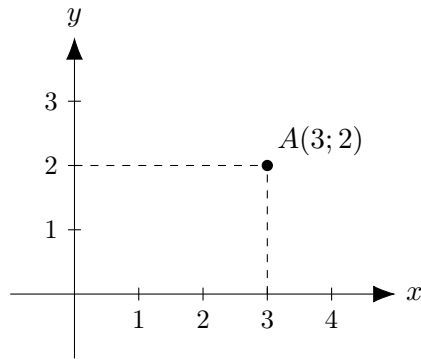
Exemple

Le point :

$$A(3; 2)$$

a pour :

- abscisse : 3 ;
- ordonnée : 2.

Schéma**3 Lire les coordonnées d'un point**

Pour lire les coordonnées d'un point :

1. on lit d'abord son abscisse ;
2. puis son ordonnée.

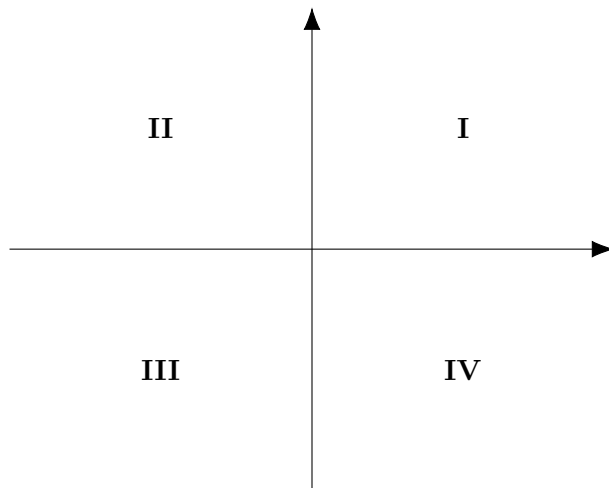
Attention :

$$A(2; 5) \neq A(5; 2).$$

L'ordre des coordonnées est important.

4 Les quatre quadrants

Les axes partagent le plan en quatre zones appelées quadrants.



Dans le premier quadrant :

$$x > 0, \quad y > 0.$$

Dans le deuxième :

$$x < 0, \quad y > 0.$$

Dans le troisième :

$$x < 0, \quad y < 0.$$

Dans le quatrième :

$$x > 0, \quad y < 0.$$

5 Coordonnées d'un vecteur

Si :

$$A(x_A; y_A)$$

et :

$$B(x_B; y_B),$$

alors :

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}.$$

Exemple

Avec :

$$A(1; 2)$$

et :

$$B(5; 4),$$

on obtient :

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 - 1 \\ 4 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

6 Distance entre deux points

Dans un repère orthonormé, la distance entre :

$$A(x_A; y_A)$$

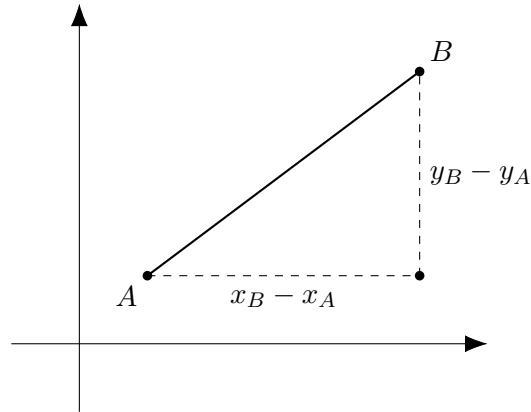
et :

$$B(x_B; y_B)$$

est donnée par :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

Cette formule vient du théorème de Pythagore.

Schéma**7 Exemple de calcul de distance**

Soient :

$$A(1; 2)$$

et :

$$B(4; 6).$$

Alors :

$$AB = \sqrt{(4 - 1)^2 + (6 - 2)^2}.$$

Donc :

$$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = 5.$$

Ainsi :

$$\boxed{AB = 5}.$$

8 Milieu d'un segment

Si :

$$A(x_A; y_A)$$

et :

$$B(x_B; y_B),$$

alors le milieu I de $[AB]$ a pour coordonnées :

$$\boxed{I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)}.$$

Exemple

Avec :

$$A(-2; 3)$$

et :

$$B(6; 7),$$

on obtient :

$$I\left(\frac{-2+6}{2}; \frac{3+7}{2}\right).$$

Donc :

$$\boxed{I(2; 5)}.$$

9 Symétrique d'un point par rapport à un autre point

Si I est le milieu de $[AB]$, alors A et B sont symétriques par rapport à I .

Si les coordonnées de A et I sont connues, on peut retrouver B grâce à la formule du milieu.

Par exemple :

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right).$$

10 Symétries par rapport aux axes

Si :

$$A(x; y),$$

alors son symétrique par rapport à l'axe des abscisses est :

$$\boxed{A'(x; -y)}.$$

Son symétrique par rapport à l'axe des ordonnées est :

$$\boxed{A''(-x; y)}.$$

Son symétrique par rapport à l'origine est :

$$\boxed{A'''(-x; -y)}.$$

11 Nature d'un triangle avec les distances

Les coordonnées peuvent permettre de déterminer la nature d'un triangle.

Triangle isocèle

Si :

$$AB = AC,$$

alors le triangle ABC est isocèle en A .

Triangle rectangle

Si :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2,$$

alors le triangle est rectangle en A .

Triangle équilatéral

Si :

$$AB = AC = BC,$$

alors le triangle est équilatéral.

12 Montrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

On peut utiliser plusieurs méthodes.

Méthode 1 : les milieux

Si les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu, alors $ABCD$ est un parallélogramme.

Méthode 2 : les vecteurs

Si :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC},$$

alors $ABCD$ est un parallélogramme.

13 Méthodes à connaître

À la fin du chapitre, il faut savoir :

1. placer un point dans un repère ;
2. lire les coordonnées d'un point ;
3. reconnaître le quadrant d'un point ;
4. calculer les coordonnées d'un vecteur ;
5. calculer une distance ;
6. calculer les coordonnées d'un milieu ;
7. déterminer une symétrie ;
8. étudier la nature d'un triangle ;
9. montrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme ;
10. utiliser les coordonnées pour résoudre un problème géométrique.

À retenir

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

et :

$$I \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right).$$