

Chapitre 13 – Probabilités

Cours – Niveau Seconde

1 Expérience aléatoire

Une expérience aléatoire est une expérience dont on ne peut pas prévoir avec certitude le résultat.

Exemples :

- lancer un dé ;
- lancer une pièce ;
- tirer une carte ;
- choisir au hasard un élève.

2 Issue

Une issue est un résultat possible de l'expérience.

Par exemple, lors du lancer d'un dé à six faces, les issues sont :

1, 2, 3, 4, 5, 6.

3 Univers

L'ensemble de toutes les issues possibles est appelé l'univers.

On le note souvent :

$$\boxed{\Omega}.$$

Pour un dé à six faces :

$$\boxed{\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}}.$$

4 Événement

Un événement est un ensemble d'issues.

Par exemple :

$$A = \text{« obtenir un nombre pair »}.$$

Alors :

$$A = \{2; 4; 6\}.$$

5 Événement élémentaire

Un événement contenant une seule issue est appelé événement élémentaire.

Par exemple :

$$\{4\}.$$

6 Événement certain et impossible

L'événement certain est l'univers :

$$\boxed{\Omega}.$$

Sa probabilité vaut :

$$\boxed{1}.$$

L'événement impossible est :

$$\boxed{\emptyset}.$$

Sa probabilité vaut :

$$\boxed{0}.$$

7 Probabilité d'un événement

La probabilité d'un événement A est un nombre compris entre 0 et 1.

On écrit :

$$\boxed{0 \leq P(A) \leq 1}.$$

Dans une situation d'équiprobabilité :

$$\boxed{P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}}}.$$

Exemple

On lance un dé équilibré.

Soit :

$$A = \text{« obtenir un nombre pair »}.$$

Il y a trois issues favorables :

$$2, 4, 6.$$

Donc :

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

8 Somme des probabilités

La somme des probabilités de toutes les issues de l'univers vaut :

$$\boxed{1}.$$

Par exemple, pour un dé équilibré :

$$6 \times \frac{1}{6} = 1.$$

9 Événement contraire

L'événement contraire de A est noté :

$$\boxed{\overline{A}}.$$

Il contient toutes les issues qui ne sont pas dans A .

On a :

$$\boxed{P(\overline{A}) = 1 - P(A)}.$$

Exemple

Si :

$$P(A) = 0,35,$$

alors :

$$P(\overline{A}) = 1 - 0,35 = 0,65.$$

10 Intersection de deux événements

L'événement :

$$A \cap B$$

correspond à :

« A et B se réalisent ».

Exemple

On lance un dé.

$$A = \text{« obtenir un nombre pair »}$$

et :

$$B = \text{« obtenir un nombre supérieur à 3 »}.$$

Alors :

$$A = \{2; 4; 6\}$$

et :

$$B = \{4; 5; 6\}.$$

Donc :

$$\boxed{A \cap B = \{4; 6\}}.$$

11 Réunion de deux événements

L'événement :

$$A \cup B$$

correspond à :

« A ou B se réalise ».

Le mot « ou » est inclusif : les deux peuvent être réalisés simultanément.

Avec :

$$A = \{2; 4; 6\}$$

et :

$$B = \{4; 5; 6\},$$

on a :

$$A \cup B = \{2; 4; 5; 6\}.$$

12 Formule de la réunion

Pour deux événements A et B :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Exemple

Si :

$$P(A) = 0,5,$$

$$P(B) = 0,4,$$

et :

$$P(A \cap B) = 0,2,$$

alors :

$$P(A \cup B) = 0,5 + 0,4 - 0,2 = 0,7.$$

13 Événements incompatibles

Deux événements sont incompatibles lorsqu'ils ne peuvent pas se produire simultanément.

Dans ce cas :

$$A \cap B = \emptyset.$$

Donc :

$$P(A \cap B) = 0.$$

Ainsi :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

pour deux événements incompatibles.

14 Tableaux à double entrée

Les tableaux permettent de représenter des situations avec deux caractères.

Exemple :

	B	$\overline{B}$	Total
A	20	30	50
$\overline{A}$	10	40	50
Total	30	70	100

On peut alors lire :

$$P(A) = \frac{50}{100} = 0,5.$$

$$P(B) = \frac{30}{100} = 0,3.$$

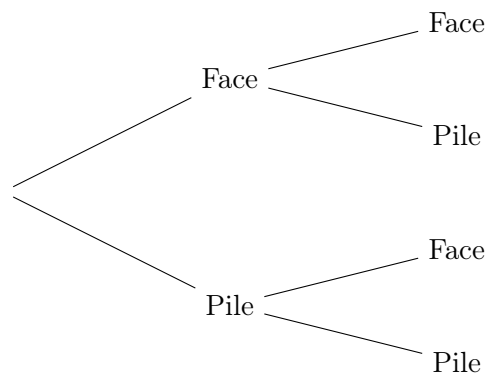
$$P(A \cap B) = \frac{20}{100} = 0,2.$$

15 Arbre simple

Une expérience peut parfois être représentée par un arbre.

Exemple

On lance deux fois une pièce équilibrée.



Les quatre issues sont :

$$(P; P), \quad (P; F), \quad (F; P), \quad (F; F).$$

Si la pièce est équilibrée :

$$P(P; P) = \frac{1}{4}.$$

16 Fréquence et probabilité

Lorsqu'on répète un grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence d'un événement tend généralement à se rapprocher de sa probabilité.

Par exemple, lors de nombreux lancers d'une pièce équilibrée, la fréquence de Pile se rapproche de :

$$\frac{1}{2}.$$

Cette idée permet d'estimer expérimentalement une probabilité.

17 Méthodes à connaître

À la fin du chapitre, il faut savoir :

1. déterminer l'univers ;
2. reconnaître une issue ;
3. décrire un événement ;
4. calculer une probabilité en situation d'équiprobabilité ;
5. utiliser l'événement contraire ;
6. calculer une intersection ;
7. calculer une réunion ;
8. utiliser :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B);$$

9. lire un tableau à double entrée ;
10. utiliser un arbre simple ;
11. relier fréquences observées et probabilités.

À retenir

$$P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

en situation d'équiprobabilité.

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

et :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$