

Chapitre 14 – Exercices

Échantillonnage

Exercice 1 – Population et échantillon

Une ville compte 25 000 habitants.

On interroge 500 habitants pour connaître leur moyen de transport principal.

1. Quelle est la population ?
2. Quel est l'échantillon ?
3. Quelle est la taille de l'échantillon ?

Exercice 2 – Calculer une proportion

Dans un lycée de 900 élèves, 540 sont demi-pensionnaires.

Calculer la proportion de demi-pensionnaires.

Donner le résultat sous forme décimale puis en pourcentage.

Exercice 3 – Calculer une fréquence

Dans un échantillon de 200 personnes, 86 déclarent utiliser le vélo au moins une fois par semaine.

Calculer la fréquence observée.

Exercice 4 – Proportion ou fréquence ?

Indiquer s'il s'agit d'une proportion dans une population ou d'une fréquence dans un échantillon :

1. 62% des 1200 élèves d'un lycée pratiquent un sport.
2. Parmi 100 élèves interrogés, 58 pratiquent un sport.
3. Sur les 5000 habitants d'un village, 3100 ont plus de 18 ans.

Exercice 5 – Comparer p et f

On sait que dans une population :

$$p = 0,40.$$

Dans un échantillon de 100 personnes, on observe :

$$f = 0,43.$$

1. Calculer l'écart :

$$|f - p|.$$

2. La fréquence est-elle exactement égale à la proportion ?

Exercice 6 – Plusieurs échantillons

Une proportion vaut :

$$p = 0,5.$$

On obtient, sur quatre échantillons de taille 100 :

$$0,46; \quad 0,52; \quad 0,49; \quad 0,55.$$

Que remarque-t-on ?

Exercice 7 – Influence de la taille

On simule une même situation.

Pour des échantillons de taille 20, on obtient :

$$0,35; \quad 0,60; \quad 0,45; \quad 0,70.$$

Pour des échantillons de taille 1000, on obtient :

$$0,49; \quad 0,51; \quad 0,50; \quad 0,52.$$

Que peut-on conjecturer ?

Exercice 8 – Intervalle simple

On suppose :

$$p = 0,5$$

et :

$$n = 100.$$

Calculer :

$$\frac{1}{\sqrt{n}}$$

puis l'intervalle :

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right].$$

Exercice 9 – Intervalle avec $p = 0,6$

On suppose :

$$p = 0,6$$

et :

$$n = 100.$$

Calculer l'intervalle de fluctuation approché.

Exercice 10 – Taille 400

On suppose :

$$p = 0,4$$

et :

$$n = 400.$$

Calculer :

$$\frac{1}{\sqrt{400}}$$

puis l'intervalle correspondant.

Exercice 11 – Compatibilité

Une proportion supposée vaut :

$$p = 0,5.$$

On prélève un échantillon de taille 100.

Dire si les fréquences suivantes appartiennent à l'intervalle :

$$[0,4; 0,6].$$

$$0,53, \quad 0,62, \quad 0,41, \quad 0,35.$$

Exercice 12 – Contrôle qualité

Une usine affirme que :

$$95\%$$

de ses produits sont conformes.

On prélève 100 produits.

On observe 92 produits conformes.

1. Calculer la fréquence observée.
2. Calculer :

$$\frac{1}{\sqrt{100}}.$$

3. Construire l'intervalle centré sur 0,95.
4. La fréquence observée appartient-elle à cet intervalle ?

Exercice 13 – Sondage

Un candidat est crédité de :

$$p = 0,48$$

des intentions de vote.

On interroge :

$$400$$

personnes.

1. Calculer :

$$\frac{1}{\sqrt{400}}.$$

2. Construire l'intervalle de fluctuation approché.
3. Une fréquence observée de 0,51 est-elle compatible ?

Exercice 14 – Échantillon biaisé

Pour connaître les habitudes sportives des élèves d'un lycée, on interroge uniquement les élèves inscrits à l'association sportive.

1. Pourquoi cet échantillon risque-t-il d'être biaisé ?
2. Proposer une méthode plus pertinente.

Exercice 15 – Simulation

Une expérience possède une probabilité de succès :

$$p = 0,3.$$

On simule 200 essais et on observe 67 succès.

1. Calculer la fréquence observée.
2. Comparer à p .
3. Expliquer pourquoi les deux valeurs peuvent être différentes.

Exercices d'approfondissement

Exercice 16 – Approfondissement

Une entreprise affirme que :

$$80\%$$

de ses clients sont satisfaits.

On interroge :

$$100$$

clients et 69 se déclarent satisfaits.

1. Calculer la fréquence observée.
2. Construire l'intervalle :

$$\left[0,8 - \frac{1}{\sqrt{100}}; 0,8 + \frac{1}{\sqrt{100}}\right].$$

3. La fréquence appartient-elle à l'intervalle ?
4. Que peut-on dire de l'affirmation de l'entreprise ?

Exercice 17 – Approfondissement

Une proportion réelle vaut :

$$p = 0,25.$$

Comparer les intervalles obtenus pour :

$$n = 100$$

et :

$$n = 400.$$

Que constate-t-on sur la largeur des intervalles ?

Exercice 18 – Approfondissement

On considère deux sondages concernant une même proportion :

$$p = 0,55.$$

Sondage A :

$$n = 100.$$

Sondage B :

$$n = 1600.$$

1. Calculer l'intervalle pour A.
2. Calculer l'intervalle pour B.
3. Lequel donne une estimation plus précise ?
4. Justifier.

Exercice 19 – Approfondissement

Un site affirme que :

70%

de ses utilisateurs se connectent chaque jour.

On interroge 400 utilisateurs et on observe 250 connexions quotidiennes.

1. Calculer la fréquence observée.
2. Construire l'intervalle de fluctuation approché associé à $p = 0,70$.
3. La fréquence appartient-elle à l'intervalle ?
4. Interpréter.

Exercice 20 – Approfondissement

Une proportion inconnue est estimée grâce à plusieurs échantillons de taille 400.

On obtient les fréquences :

0,46, 0,49, 0,48, 0,51, 0,47.

1. Calculer la moyenne de ces fréquences.
2. Cette moyenne peut-elle servir d'estimation de la proportion ?
3. Calculer la différence entre la plus grande et la plus petite fréquence.
4. Expliquer pourquoi plusieurs échantillons peuvent être utiles pour estimer une proportion.